CORRIGE

APPLI ($X_{i;j}$) : SOMME D'UNE VARIABLE DOUBLE INDICEE

Ci-dessous : Le tableau abstrait du Manuel (repris dans DOC COURS P.8/22 (droite)).

i désignant toujours les lignes, et j désignant les colonnes

Son enseignement : Le cas de la somme du produit d'une variable double indicée ($X_{i;j}$) est similaire au cas de la somme du produit de deux variables ($x_i \times y_j$) NON CORRESPONDANTES ou CROISEES . Son résultat s'écrit donc sous la forme d'une double somme.

L'exemple abstrait du manuel (et dans Doc Cours P.8/22 (droite) ci-dessous, donne DONC l'écriture et l'explication de cette double somme. Les abréviations signifie : SC = somme en colonnes numérotées, et SL = sommes en ligne numérotées.

Exemple
$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 X_{i,j}$$

SOMME D'UN PRODUIT d'UNE VARIABLE DOUBLE INDICEE

Tableau 0-3 : Valeurs de la variable à double indice et totalisation :

Année j → Trim. i ↓	1	2	3	Sommes par Trimestre
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	ST ₁
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	ST ₂
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	ST ₃
4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	ST ₄
Sommes par Année	SA ₁	SA ₂	SA ₃	$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 X_{i,j}$

Une APPLICATION est par exemple la suivante :

Une entreprise réalise des profits dans 3 de ses établissements (i). Elle affecte ces profits à trois types d'investissement (relation humaines, informatique et bureautique, machines et outillage) selon une proportion respective (j).

On appelle X l'investissement indicé $i = \text{profit par établissement}$ et $j = \text{type d'investissement}$.

On vous donne les valeurs des indices ($i ; j$) dans le tableau vierge ci-dessous.

Travail demandé :

- 1- Calculer numériquement en complétant le tableau, le montant de l'investissement total.
- 2- Ecrire sous forme algébrique ce montant total de 2 manières possibles dans un premier temps.
- 3- Dans un second temps, vérifier que **LA SOMME TOTALE CORRESPOND BIEN AU PRODUIT DES SOMMES DES MODALITES LIGNE ET COLONNE** ; Proposez alors deux autres manières d'écrire le résultat.

Question 1)

$i \backslash j$	10%	20%	30%	SL
25	2,5	5	7,5	15
48	4,8	9,6	14,4	28,8
70	7	14	21	42
SC	14,3	28,6	42,9	85,8

Question 2)

Le montant total de l'Investissement s'écrit :

Soit suivant i , les lignes $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (X_{i;j}) = 15 + 28,8 + 42 = 85,8$

Soit suivant j , les colonnes : $\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 (X_{j;i}) = 14,3 + 28,6 + 42,9 = 85,8$

Question 3)

On peut écrire de deux manières la règle selon laquelle : **LA SOMME TOTALE CORRESPOND BIEN AU PRODUIT DES SOMMES DES MODALITES LIGNE ET COLONNE**

Soit suivant i , les lignes $\sum_{i=1}^3 \times \sum_{j=1}^3 (X_{i;j}) = (25 + 48 + 70) \times (0,1 + 0,2 + 0,3) = 143 \times 0,6 = 85,8$

Soit suivant j , les colonnes $\sum_{j=1}^3 \times \sum_{i=1}^3 (X_{j;i}) = (0,1 + 0,2 + 0,3) \times (25 + 48 + 70) = 0,6 \times 143 = 85,8$

Leçon à retenir

Le cas d'une variable double indicée est donc effectivement similaire au cas du produit de deux variables croisées ou non correspondantes. Il s'agit d'une double somme.

FIND DU CORRIGE

-□-